розвитку нового розділу математики, що дістав назву варіаційного числення. А задача про брахістохрону стала першою серйозною задачею цього числення.

Довгий час вважали, що точка $M$ повинна рухатись по прямій $AB$, що є найкоротшим шляхом між цими точками. Але після відкриття Галілеєм законів падіння тіл та їх руху по похилій площині під дією лише сили тяжіння стало ясно, що лінія найкоротшого шляху не є лінією найменшого часу і що розв'язком задачі має бути крива. Цю криву і знайшли вказані вчені, нею виявилась так звана циклоїда. Це лінія, яку описує довільна фіксована точка $C$ кола радіуса $r$, що котиться без ковзання по горизонтальній прямій. Її параметричні рівняння

$$x = r(t - \sin t)\,,\;\; y = r(1 - \cos t)\,,\quad t \in R.$$

Якщо $0 \le t \le 2\pi$, то отримаємо одну дугу (арку) циклоїди.

Більш докладно питання використання елементів історизму при викладанні математичного матеріалу розглянуто нами зокрема в [1]. Власний досвід роботи дозволяє стверджувати, що елементи історизму сприяють розвитку мотивації навчання у студентів різних спеціальностей.

**Література**

1. Розуменко А.О. Розуменко А.М. Використання елементів історії математики як засіб підвищення позитивної навчальної мотивації студентів// Матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції, НПУ ім. М.П.Драгоманова, К. – 16-18 жовтня 2007 р. – С. 356 -358.

**Анотація. Розуменко А.О., Власенко В.Ф., Розуменко А.М. Історичні задачі з математики як засіб розвитку пізнавальної мотивації студентів.** *У статті обґрунтовано актуальність проблеми розвитку пізнавальної мотивації студентів; виділено шляхи розвитку пізнавальної мотивації студентів при вивченні курсу вищої математики; запропоновано приклади історичних задач з математики, розв'язування яких сприяє розвитку пізнавальної мотивації студентів.*

***Ключові слова:*** *пізнавальна мотивація, вища математика, історичні задачі з математики.*

**Аннотация. Розуменко А.О., Власенко В.Ф., Розуменко А.М. Исторические задачи по математике как средство развития познавательной мотивации студентов.** *В статье обоснована актуальность проблемы развития познавательной мотивации студентов; выделены пути развития познавательной мотивации студентов при изучении курса высшей математики; предложены примеры исторических задач, решение которых способствует развитию познавательной мотивации студентов.*

***Ключевые слова:*** *познавательная мотивация, высшая математика, исторические задачи по математике.*

**Summary. Rozumenko A., Vlasenko V., Rozumenko A. Historical problems with mathematics as a tool for cognitive motivation of students**. *In the article the relevance of cognitive motivation of students; highlighted ways of developing cognitive motivation of students in the study of higher mathematics course; offered examples of historical problems in mathematics, solution of which contributes to the development of cognitive motivation of students.*

***Key words:*** *cognitive motivation, higher mathematics, history of mathematics problem.*

**Sattar abd karabt**

*University of Thi-Qar / College science of Computer and mathematics*

## SOME PROPERTIES OF ARITHMETICAL FUNCTIONS *r*(*n*) AND *d*(*n*)

**Definition 1:**

Any function: $f$: $Z^+ \rightarrow C$ is called a complex-valued arithmetic function.

**Definition 2:**

Let gcd(m n)=1 with, m, n $\in Z^+$. A function f $\in$ A is called a multiplicative function if

**Definition 3:** f is completely multiplicative if

$$(1)\ \mathbf{f\,(1) = 1}$$

Many arithmetical functions behave irregularly and it is often more interesting to study *the summatory function* of an arithmetical function f namely

$$F(N) = \sum_{n=1}^{N} f(n)$$

than f itself

Some of the arithmetical functions in which we are interested have a simple geometrical interpretation. They count the number of *lattice points* in certain function r(n).

The arithmetical function r(n) gives the number of representations of an integer n $\geq 1$ as a sum of two integral squares; in other words, the number of solutions of the equation are counted as distinct. Thus r(l) = 4, since l = $(\mp 1)^2+0^2 = 0^2 + (\mp 1)^2$.

It follows that r(n) is not multiplicative.

***Theorem 1:*** *If p is an odd prime, there exist integers x and y such that* $1 + x^2 + y^2 = mp$, *where* $0 < m < p$.

***Theorem 2:*** *positive integer n is a sum of two squares if and only if all its prime factors of the form* $4k + 1$ *have even exponents in the standard form of n.*

For the proof of Theorem 2 we need two lemmas. We call a representation $n = x^2 + y^2$ *primitive if* (x, y) = *l*, and *imprimitive* otherwise.

***Lemma 1.***If n is divisible by a prime *p*, where $p = 3$ (*mod* 4), then n has no primitive *representations*.

***Proof.*** If n has a primitive representation, say *then* $p|(x^2 + y^2)$, *but* $p \nmid x$, *And since* $(p, x) = 1$, *the equation* $mx — tp = c$ *is soluble* **in integers** *m* and *t*, for all integral *c* and in particular for $c = y$. Hence there exists an integer *m* such that $mx \equiv y$ (*mod p*), which implies that.

Therefore $p|x^2 (m^2 + l)$, and since $p\nmid x$, it follows that $p|(m^2 + l)$. That is $m^2 \equiv -1(mod\ p)$. In other words, –1 is a quadratic residue modulo a prime *p* of the form $4k+ 3$, which is impossible, Thus the lemma is proved.

***Lemma 2.*** If *p* is a prime, $p \equiv 3(mod\ 4)$, and *c* is an odd integer, such that $p^{cn}$ h ut $pc + 1\nmid n$, hen *n* can not be represented as a sum of two squares

***Proof.*** Suppose, if possible, that $x^2 + y^2 = n$ where $(x, y) = d$ Then we have $x = dX$, $y = dY$; with $(X,Y) = 1$, and $n = d^2 (x^2 + y^2) = d^2N$, say Let $p^r$ be the highest power of *p* which divides *d*

Then $p^{c-2r}$ is the highest power of *p* which divides *N*

And $c - 2r > 0$, since cis odd. Thus we have an integer *N*, such that $x^2 + y^2 = n$, $(x, y) = 1$ and $p\backslash N$, where $p = 3$ (*mod* 4). This contradicts Lemma 1, hence Lemma 2 is proved.

$N(\varepsilon)$.Therefore there are only finitely many integers whose standard form contains only factors of the form $p^a$ with $p^a \leq N(\varepsilon)$. Let $P(s)$ be the upper bound of all such integers.

If we now choose $n > P(\varepsilon)$, then the standard form of *n* must contain at least one factor $p^a > N(\varepsilon)$, and we can therefore apply (*iii*), namely $|f(p^a)| < \varepsilon$

Hence, if $n > p(\varepsilon)$, then we have $|f(n)| < A^c{\cdot}\varepsilon$, so that $f(n) \to 0$ as $n \to\infty$.

### References

[1] Andrews, G.E. Number Theory, W.B. Saunders Co.,Philadelphia,1971.

**Summary. Sattar abd karabt. Some properties of arithmetical functions r(n) and d(n).** *The purpose of this paper is to present some properties of the arithmetic functions d(n). Except studying d(n) arithmetic function, we describe function r(n).*

***Key words:*** *function* d(n), *lattice point.*

**Анотація. Саттар абд Карабт. Деякі властивості арифметичних функцій *r(n)* та *d(n).*** *Метою даного дослідження є проаналізувати деякі властивості арифметичної функції d(n). Крім вивчення арифметичної функції d(n), ми досліджуємо властивості r(n).*

***Ключові слова:*** *функція d(n), вузол решітки.*

**Аннотация. Саттар Абд Карабт. Некоторые свойства арифметических функций *r(n)* и *d(n).***

*Целью данного исследования является анализ некоторых свойств арифметической функции d (n). Кроме изучения арифметической функции d (n), мы исследуем свойства r (n).*

***Ключевые слова:*** *функция d (n), узел решетки.*

**А. А. Сбруєва**

*доктор педагогічних наук, професор*

*Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка, м. Суми*

*sbruieva@gmail.com*

## РОЗВИТОК ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ УМІНЬ І ТВОРЧИХ ЗДІБНОСТЕЙ СТУДЕНТІВ ЯК МІСІЯ СУЧАСНОГО УНІВЕРСИТЕТУ

Проблемі визначення місії сучасного університету присвячено широке коло наукових розвідок, що утворили протягом тривалого історичного часу цілісний міждисциплінарний дискурс. Предметом даного дискурсу, який об’єднує фахівців у галузі філософії, культурології, історії, соціології, педагогіки, теорії організацій, економіки тощо, є ідея університету, історичні та сучасні моделі його функціонування, інституційні цінності й принципи розвитку, функції в суспільстві та їх трансформації. Однак, при всьому різноманітті підходів до визначення місії, домінуючим є сформульований у гумбольдтівській моделі університету, згідно з яким пріоритетами його діяльності є *освіта та наука на служінні благу суспільства.*