

*The introduction of structural components is possible under the condition that a teacher takes into account the individual and psychological qualities of a child of primary school age for his healthy development. This involves knowledge about the pedagogical diagnostics of the characteristics of primary school pupils, their interests, inclinations, and abilities; about ensuring productive cognitive activity of the pupil, activation of motivation to improve one's own health through the use of teaching methods that adequately correspond to the child's capabilities. This knowledge will direct a teacher to the realization that learning of the educational material cannot be achieved at the cost of the child's health, the level of requirements for his mental activity must correspond to age and individual needs and capabilities. Therefore, professional activity of a primary school teacher should be aimed, first of all, at creating a health-improving educational environment.*

**Key words:** *teacher's professional activity, students, health care, structural components, educational process.*

УДК 378.016:517

DOI 10.5281/zenodo.12191236

**В. В. Корольський**

ORCID ID 0000-0002-7409-4201

**Д. Є. Бобилєв**

ORCID ID 0000-0003-1807-4844

Криворізький державний педагогічний університет

## **ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ ПРОЄКТІВ ПРИ НАВЧАННІ РОЗДІЛУ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ «ЧИСЛОВІ РЯДИ» МАЙБУТНІХ ВЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ**

*Стаття присвячена дослідженню використання методу проєктів у навчанні розділу «Числові ряди» майбутніх вчителів математики. Особлива увага приділяється використанню геометричних моделей та систем задач для покращення процесу навчання та формування професійних умінь студентів. Розглядаються проблеми, пов'язані з потребою підготовки вчителів, що володіють не лише знаннями, а й здатністю до швидкого прийняття рішень та використання творчих підходів у навчальному процесі. Обґрунтовано переваги використання методу проєктів у навчанні математичного аналізу, зокрема в розділі «Числові ряди», який дозволяє студентам глибше засвоювати матеріал, розвивати креативне та аналітичне мислення. Метод проєктів важливий у навчанні майбутніх учителів математики, оскільки він дозволяє студентам отримати практичний досвід розв'язання реальних математичних задач, що сприяє глибшому засвоєнню та розумінню матеріалу здобувачами освіти. Крім того, завдяки проєктам, студенти мають можливість самостійно вибирати теми для досліджень та розвивати власну творчість у роботі з математичними концепціями. На основі аналізу актуальних досліджень з'ясовується, що використання методу проєктів у навчальному процесі є перспективним напрямом, який сприяє підвищенню ефективності навчання та формуванню професійних компетентностей у майбутніх вчителів математики.*

**Ключові слова:** *метод проєктів, числові ряди, геометрична модель, геометричні образи, система задач.*

**Постановка проблеми.** Проблеми сучасної освіти України поставили перед вищою школою завдання підготовки фахівців, що володіють не тільки високими професійними якостями, але і здатні швидко приймати рішення і знаходити вихід з будь-яких проблемних ситуацій, спираючись на свої знання, інтуїцію, уяву і креативність. Це викликає необхідність оновлення методів навчання, зокрема, спрямованих на формування у майбутніх вчителів математики професійних умінь.

Одним із перспективних методів навчання є метод проєктів. Навчальні проєкти з математичного аналізу спрямовані на систематизацію знань з дисципліни, на встановлення взаємозв'язків між окремими поняттями, положеннями курсу, на взаємозв'язок різних змістовних ліній предмета, що сприяє поглибленню знань і забезпечує цілісне сприйняття курсу.

**Аналіз актуальних досліджень.** Роботи В. Бобирь [1], С. Габ [3; 4], Н. Дзигарської [2], В. Корольського [2; 3; 4; 5; 6; 7], А. Римар [7], О. Тураєвої [2], А. Христюк [1] присвячені результатам виконання проєктів з геометричного моделювання числових рядів, їх одержання та дослідження на збіжність.

**Мета статті.** Дослідження та аналіз використання методу проєктів у навчанні розділу «Числові ряди» майбутніх вчителів математики з використанням геометричних моделей та системи задач. Стаття спрямована на вивчення ефективності методу проєктів у підвищенні рівня засвоєння матеріалу, формуванні професійних умінь та навичок у майбутніх вчителів математики.

**Виклад основного матеріалу.** Перед методикою навчання фундаментальних дисциплін стоїть важливе завдання: адаптувати процес навчання математичного аналізу до вимог сучасності. У цьому контексті метод проєктів виявляється одним із найбільш перспективних напрямків, оскільки він не лише сприяє систематизації знань, а й дозволяє здобувачам освіти відчувати себе справжніми дослідниками та творцями. І що найважливіше – цей метод стимулює розвиток креативності та аналітичного мислення.

В контексті математичного аналізу, особливо у розділі "Числові ряди", використання методу проєктів може виявитися особливо цінним. Геометричні моделі не лише допоможуть студентам краще зрозуміти матеріал, а й сприятимуть підвищенню мотивації навчання. Розглянемо приклад реалізації методу проєктів з числових рядів у навчальному процесі (рис. 1). До наведеної моделі студентам запропоновано систему задач чотирьох рівнів складності, а також низку дослідницьких задач.

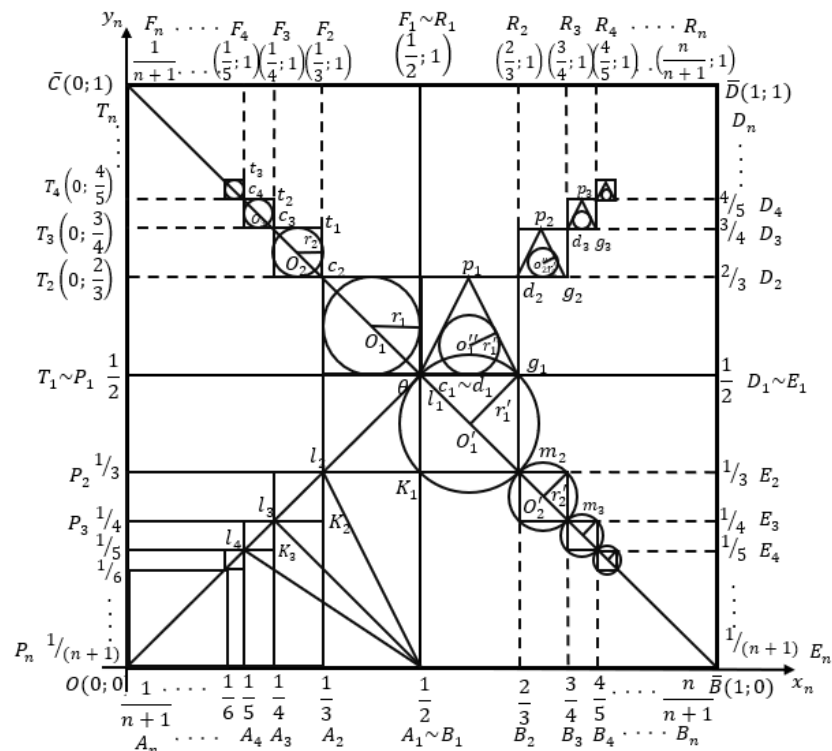


Рис. 1. Квадрат з параметром (стороною)  $a = 1$

**Задачі I рівня складності**

Знайти числові ряди «точкової» геометричної інтерпретації  $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} y_n$ , де  $(x_n; y_n)$  координати точок:

- |            |            |             |
|------------|------------|-------------|
| 1. $A_n$ , | 7. $P_n$ , | 13. $l_n$ , |
| 2. $B_n$ , | 8. $T_n$ , | 14. $p_n$ , |

- |            |             |               |
|------------|-------------|---------------|
| 3. $C_n$ , | 9. $R_n$ ,  | 15. $t_n$ ,   |
| 4. $D_n$ , | 10. $K_n$ , | 16. $O_n$ ,   |
| 5. $E_n$ , | 11. $d_n$ , | 17. $O'_n$ ,  |
| 6. $F_n$ , | 12. $g_n$ , | 18. $O''_n$ . |

**Задачі II рівня складності**

Знайти числові ряди лінійної геометричної інтерпретації:

- |   |   |   |
|---|---|---|
| 1. $\sum_{n=1}^{\infty}  A_n A_{n+1} $ ,      | 13. $\sum_{n=1}^{\infty}  l_n K_n $ ,     | 25. $\sum_{n=1}^{\infty}  C_n F_n $ ,         |
| 2. $\sum_{n=1}^{\infty}  B_n B_{n+1} $ ,      | 14. $\sum_{n=1}^{\infty}  P_n l_n $ ,     | 26. $\sum_{n=1}^{\infty}  R_n d_n $ ,         |
| 3. $\sum_{n=1}^{\infty}  E_n E_{n+1} $ ,      | 15. $\sum_{n=1}^{\infty}  P_n l_{n+1} $ , | 27. $\sum_{n=1}^{\infty}  D_n g_n $ ,         |
| 4. $\sum_{n=1}^{\infty}  D_n D_{n+1} $ ,      | 16. $\sum_{n=1}^{\infty}  A_n l_{n+1} $ , | 28. $\sum_{n=1}^{\infty}  D d_n $ ,           |
| 5. $\sum_{n=1}^{\infty}  T_n T_{n+1} $ ,      | 17. $\sum_{n=1}^{\infty}  T_n C_{n+1} $ , | 29. $\sum_{n=1}^{\infty}  d_n p_n $ ,         |
| 6. $\sum_{n=1}^{\infty}  R_n R_{n+1} $ ,      | 18. $\sum_{n=1}^{\infty}  m_n m_{n+1} $ , | 30. $\sum_{n=1}^{\infty}  p_n g_n $ ,         |
| 7. $\sum_{n=1}^{\infty}  F_n F_{n+1} $ ,      | 19. $\sum_{n=1}^{\infty}  B_n m_n $ ,     | 31. $\sum_{n=1}^{\infty}  r_n $ ,             |
| 8. $\sum_{n=1}^{\infty}  P_n P_{n+1} $ ,      | 20. $\sum_{n=1}^{\infty}  m_n E_n $ ,     | 32. $\sum_{n=1}^{\infty}  r'_n $ ,            |
| 9. $\sum_{n=1}^{\infty}  A_1 l_{n+1} $ ,      | 21. $\sum_{n=1}^{\infty}  B m_n $ ,       | 33. $\sum_{n=1}^{\infty}  r''_n $ ,           |
| 10. $\sum_{n=1}^{\infty}  l_n l_{n+1} $ ,     | 22. $\sum_{n=1}^{\infty}  C_n C_{n+1} $ , | 34. $\sum_{n=1}^{\infty}  O_{n-1} O_n $ ,     |
| 11. $\sum_{n=1}^{\infty}  A_{n+1} K_{n+1} $ , | 23. $\sum_{n=1}^{\infty}  C C_n $ ,       | 35. $\sum_{n=1}^{\infty}  O'_{n-1} O'_n $ ,   |
| 12. $\sum_{n=1}^{\infty}  A_1 K_n $ ,         | 24. $\sum_{n=1}^{\infty}  C O_n $ ,       | 36. $\sum_{n=1}^{\infty}  O''_{n-1} O''_n $ . |

**Задачі III рівня складності**

Знайти числові ряди квадратурної геометричної інтерпретації:

1.  $\sum_{n=1}^{\infty} S_{\Delta A_n l_{n+1} K_{n+1}}$ ,
2.  $\sum_{n=1}^{\infty} S_{\Delta A_n K_{n+2} A_{n+1}}$ ,
3.  $\sum_{n=1}^{\infty} S_{\Delta A_n K_n l_{n+1}}$ ,
4.  $\sum_{n=1}^{\infty} S_{\Delta O A_n l_{n+1}}$ ,
5.  $\sum_{n=1}^{\infty} S_{\Delta P_n P_{n+1} l_{n+1}}$ ,
6.  $\sum_{n=1}^{\infty} S_{\Delta C_{n+1} F_n C_{n+2}}$ ,
7.  $\sum_{n=1}^{\infty} S_{\Delta P_n t_n C_{n+1}}$ ,
8.  $\sum_{n=1}^{\infty} S_{\Delta d_n p_n g_n}$ .

**Задачі IV рівня складності**

Знайти числові ряди кубатурної геометричної інтерпретації  $\sum_{n=1}^{\infty} V_n$ , де  $V_n$  – об'єми послідовності тіл обертання навколо осі  $Ox$  прямих:

1.  $\frac{A_n l_{n+1}}{2}$ ,
2.  $\frac{A_n K_{n+2}}{2}$ ,
3.  $\frac{l_n l_{n+1}}{2}$ ,
4.  $\frac{T_n C_{n+1}}{2}$ ,
5.  $\frac{F_1 C_{n+1}}{2}$ ,
6.  $\frac{P_n l_{n+1}}{2}$ ,
7.  $\frac{B m_n}{2}$ ,
8.  $\frac{m_n m_{n+1}}{2}$ ,
9.  $\frac{D d_n}{2}$ .

**Дослідницькі задачі**

1. Дослідити характер зміни частинних сум ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} |A_n A_{n+1}|$  в залежності від  $n$ . Побудувати графік залежності  $S_n$  від  $n$  для  $n = 100$ .
2. Дослідити характер зміни частинних сум ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} |D_n D_{n+1}|$  в залежності від  $n$ . Побудувати графік залежності  $S_n$  від  $n$  для  $n = 500$ .
3. Дослідити характер зміни частинних сум ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} |A_1 l_{n+1}|$  в залежності від  $n$ . Побудувати графік залежності  $S_n$  від  $n$  для  $n = 1000$ .
4. Дослідити характер зміни частинних сум ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} |P_n l_n|$  в залежності від  $n$ . Побудувати графік залежності  $S_n$  від  $n$  для  $n = 10000$ .

5. Дослідити характер зміни частинних сум ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} |\overline{d_n p_n}|$  в залежності від  $n$ . Побудувати графік залежності  $S_n$  від  $n$  для  $n = 20\ 000$ .
6. Дослідити характер зміни частинних сум ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} |r_n|$  в залежності від  $n$ . Побудувати графік залежності  $S_n$  від  $n$  для  $n = 50\ 000$ .
7. Дослідити характер зміни частинних сум ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} |O'_{n-1} O'_n|$  в залежності від  $n$ . Побудувати графік залежності  $S_n$  від  $n$  для  $n = 50\ 000$ .
8. Дослідити характер зміни частинних сум ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} S_{\Delta O A_n l_{n+1}}$  в залежності від  $n$ . Побудувати графік залежності  $S_n$  від  $n$  для  $n = 100\ 000$ .

Розглянемо можливі шляхи реалізації проєктів.

Точка  $A_n$ , розподілена на половині сторони квадрата  $|A_1 O|$  (рис. 1) за законом  $\frac{1}{n+1}$  і має координати  $A_n \left( \frac{1}{n+1}; 0 \right)$ , тому ряди будуть мати вид:

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} x_n &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+1}; \\ \sum_{n=1}^{\infty} y_n &= \sum_{n=1}^{\infty} 0 = 0. \end{aligned}$$

**Задача I (10).** Знайти ряди:  $\sum_{n=1}^{\infty} x_n, \sum_{n=1}^{\infty} y_n$ , де  $(x_n; y_n)$  координати точки  $K_n$ .

Розв'язання **Задача I (10).** Знайти ряди:  $\sum_{n=1}^{\infty} x_n, \sum_{n=1}^{\infty} y_n$ , де  $(x_n; y_n)$  координати точки  $A_n$ .

Координати точки  $K_n$  по вісі  $Ox$  співпадають з координатами точки  $A_n$ , а по вісі  $Oy$  –  $E_n$ , але починаючи з другого члену, тому має координати  $K_n \left( \frac{1}{n+1}; \frac{1}{n+2} \right)$ . Шукані ряди будуть мати вид:

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} x_n &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+1}; \\ \sum_{n=1}^{\infty} y_n &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+2}. \end{aligned}$$

**Задача I (16).** Знайти ряди:  $\sum_{n=1}^{\infty} x_n, \sum_{n=1}^{\infty} y_n$ , де  $(x_n; y_n)$  координати точки  $O_n$ .

Розв'язання

Точка  $O_n$  знаходиться посередині між точками по осі  $Ox$   $A_n$  і  $A_{n+1}$ , по осі  $Oy$  –  $T_n$  і  $T_{n+1}$ , тому має координати  $O_n \left( \frac{\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2}}{2}; \frac{\frac{n+1}{n+2} + \frac{n}{n+1}}{2} \right) = \left( \frac{2n+3}{2(n+1)(n+2)}; \frac{n^2+3n+1}{2(n+1)(n+2)} \right)$ . Шукані ряди будуть мати вид:

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} x_n &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3}{2(n+1)(n+2)}; \\ \sum_{n=1}^{\infty} y_n &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+3n+1}{2(n+1)(n+2)}. \end{aligned}$$

Аналогічно знайдемо координати точки  $O'_n$ :

$$O'_n \left( \frac{\frac{n+1}{n+2} + \frac{n}{n+1}}{2}; \frac{\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2}}{2} \right) = \left( \frac{2n^2+4n+1}{2(n+1)(n+2)}; \frac{2n+3}{2(n+1)(n+2)} \right).$$

**Задача I (18).** Знайти ряди:  $\sum_{n=1}^{\infty} x_n, \sum_{n=1}^{\infty} y_n$ , де  $(x_n; y_n)$  координати точки  $O''_n$ .

Розв'язання

$O''_n$  – центр вписаного кола у рівнобедрений трикутник. По осі  $Ox$  точка  $O''_n$  знаходиться посередині між точками  $B_n$  і  $B_{n+1}$ , а по осі  $Oy$  знаходиться між точками  $D_n$  і  $D_{n+1}$  і ділить відрізок  $D_n D_{n+1}$  у певному відношенні. Знайдемо це відношення.

Розглянемо квадрат зі стороною  $a$  (рис. 2).

$K$  – середина  $BC$ , тому  $\Delta AKD$  – рівнобедрений. Центр вписаного кола у трикутник лежить на перетині бісектрис. Тому проведемо бісектриси  $AN$  і  $KM$ . Точка  $O$  – центр вписаного кола. Знайдемо відношення  $\frac{OM}{OK}$ .

За властивістю бісектриси  $\frac{OM}{OK} = \frac{AM}{AK}$ .  $AM = \frac{a}{2}$ ,  $AB = a, BK = \frac{a}{2}$ , тоді за теоремою Піфагора  $AK = \sqrt{AB^2 + BK^2}$ ,  $AK = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \sqrt{\frac{5a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ .

$$\frac{OM}{OK} = \frac{AM}{AB}, \frac{OM}{OK} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{5}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

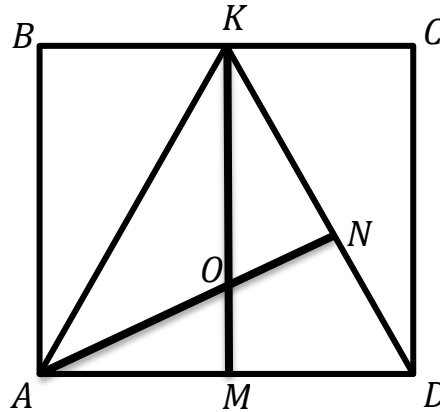


Рис. 2. Квадрат зі стороною  $a$ .

Знайдемо координати точки  $O$  по осі  $Oy$  за формулою поділу відрізка у заданому відношенні:  $y_O = \frac{y_M + \lambda y_K}{1 + \lambda}$ , тому координати точки матимуть вид:

$$O'' \left( \frac{\frac{n+1}{n+2} + \frac{n}{n+1}}{2}, \frac{\frac{n}{n+1} + \frac{\sqrt{5} \cdot n+1}{5 \cdot n+2}}{1 + \frac{\sqrt{5}}{5}} \right).$$

$$\frac{\frac{n+1}{n+2} + \frac{n}{n+1}}{2} = \frac{2n^2 + 4n + 1}{2(n+1)(n+2)},$$

$$\frac{\frac{n}{n+1} + \frac{\sqrt{5} \cdot n+1}{5 \cdot n+2}}{1 + \frac{\sqrt{5}}{5}} = \frac{\frac{5n^2 + 10n + \sqrt{5}n^2 + \sqrt{5}n + \sqrt{5}n + \sqrt{5}}{5(n+1)(n+2)}}{\frac{5 + \sqrt{5}}{5}} = \frac{(5 + \sqrt{5})n^2 + 2(5 + \sqrt{5})n + \sqrt{5}}{(n+1)(n+2)(5 + \sqrt{5})} = \frac{(5 + \sqrt{5})n^2 + 2(5 + \sqrt{5})n}{(n+1)(n+2)(5 + \sqrt{5})} + \frac{\sqrt{5}}{(n+1)(n+2)(5 + \sqrt{5})}$$

$$\frac{\sqrt{5}}{(n+1)(n+2)(5 + \sqrt{5})} = \frac{(5 + \sqrt{5})(n^2 + 2n)}{(n+1)(n+2)(5 + \sqrt{5})} + \frac{\sqrt{5}(5 - \sqrt{5})}{(n+1)(n+2)(5 + \sqrt{5})(5 - \sqrt{5})} = \frac{n(n+2)}{(n+1)(n+2)} + \frac{5\sqrt{5} - 5}{20(n+1)(n+2)} = \frac{n}{n+1} + \frac{\sqrt{5} - 1}{4(n+1)(n+2)}.$$

Отже координати точки  $O'' \left( \frac{1}{2(n+1)(n+2)}; \frac{n}{n+1} + \frac{\sqrt{5} - 1}{4(n+1)(n+2)} \right)$ .

Шукані ряди будуть мати вид:

$$\sum_{n=1}^{\infty} x_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 + 4n + 1}{2(n+1)(n+2)};$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} y_n = \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{n+1} + \frac{\sqrt{5} - 1}{4(n+1)(n+2)} \right).$$

**Задача II (1).** Знайти ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} |A_n A_{n+1}|$ .

Розв'язання

Знайдемо довжину відрізка  $|A_n A_{n+1}|$  за формулою обчислення відстані між двома точками:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}, \quad (1)$$

де  $M_1(x_1; y_1), M_2(x_2; y_2)$ .

$A_n \left( \frac{1}{n+1}; 0 \right), A_{n+1} \left( \frac{1}{n+2}; 0 \right)$ , тоді відстань між точками:

$$|A_n A_{n+1}| = \sqrt{\left( \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+1} \right)^2 + (0 - 0)^2} = \sqrt{\left( -\frac{1}{(n+1)(n+2)} \right)^2} = \left| -\frac{1}{(n+1)(n+2)} \right| = \frac{1}{(n+1)(n+2)}.$$

Шуканий ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} |A_n A_{n+1}| = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+2)}$ .

Розв'яжемо цю задачу іншим способом. Знайдемо довжину відрізка як довжину дуги плоскої кривої.

Коли крива задана в прямокутних координатах рівнянням  $y = f(x)$ , де функція  $f(x)$  визначена на відрізку  $[a; b]$ , то довжина цієї кривої дорівнює:

$$l = \int_a^b \sqrt{1 + (f(x))^2} dx, \quad (2)$$

У нашому випадку точки  $A_n$  і  $A_{n+1}$  розташовані на прямій  $y = 0$ , тоді  $y' = 0$ . За формулою довжини кривої отримаємо:

$$|A_n A_{n+1}| = \int_{\frac{1}{n+2}}^{\frac{1}{n+1}} \sqrt{1 + 0^2} dx = \int_{\frac{1}{n+2}}^{\frac{1}{n+1}} dx = x \Big|_{\frac{1}{n+2}}^{\frac{1}{n+1}} = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} = \frac{1}{(n+1)(n+2)}.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} |A_n A_{n+1}| = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+2)}.$$

Як бачимо, шуканий ряд ідентичний ряду, одержаному першим способом.

Розглянемо реалізацію дослідницького проекту.

**Дослідницька задача №5.** Дослідити характер зміни частинних сум ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} |O'_{n-1} O'_n|$  в залежності від  $n$ . Побудувати графік залежності  $S_n$  від  $n$  для  $n = 50\,000$ .

Розв'язання

Якщо розв'язати задачу II (35), то отримаємо ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} |O'_{n-1} O'_n| = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{2}}{n(n+2)}$ .

Дослідимо цей ряд на збіжність. Перевіримо виконання необхідної ознаки ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{2}}{n(n+2)}$ .

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2}}{n(n+2)} = \sqrt{2} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n(n+2)} = 0$ . Отже, необхідна ознака збіжності виконується.

Застосуємо граничну ознаку збіжності, порівнюючи даний ряд зі збіжним рядом  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ .

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2}n^2}{n(n+2)} = \sqrt{2} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{n^2+2n} = \sqrt{2} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1+\frac{2}{n}} = \sqrt{2} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1} = \sqrt{2} \left( \frac{\neq 0}{\neq \infty} \right).$$

Ряди поведуть себе однаково щодо збіжності. Отже, даний ряд збігається.

Знайдемо суму ряду.

Розкладемо раціональний дріб  $\frac{\sqrt{2}}{n(n+2)}$  на суму найпростіших за допомогою методу невизначених коефіцієнтів:

$$\frac{\sqrt{2}}{n(n+2)} = \frac{A}{n} + \frac{B}{n+2} = \frac{A(n+2)+Bn}{n(n+2)} = \frac{An+2A+Bn}{n(n+2)} = \frac{n(A+B)+2A}{n(n+2)}.$$

Прирівнюємо чисельники для знаходження невідомих коефіцієнтів:

$$n(A+B) + 2A = \sqrt{2}.$$

Ця рівність виконується коли коефіцієнти при однакових степенях  $n$  рівні між собою. З цієї умови отримуємо систему лінійних рівнянь для визначення невідомих  $A, B$ :

$$\begin{cases} A+B=0 \\ 2A=\sqrt{2} \end{cases}$$

Розв'язуючи її знаходимо невідомі коефіцієнти:  $A = \frac{\sqrt{2}}{2}, B = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

Тоді загальний член ряду буде мати вид:  $\frac{\sqrt{2}(n-1)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{\sqrt{2}}{2n} - \frac{\sqrt{2}}{2(n+2)}$ .

Розпишемо цей ряд:

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{2}(n-1)}{n(n+1)(n+2)} &= \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{\sqrt{2}}{2n} - \frac{\sqrt{2}}{2(n+2)} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \left( \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \dots - \right. \\ &\left. \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5} - \frac{1}{6} - \dots \right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \left( 1 + \frac{1}{2} + \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \right) + \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \right) + \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{5} \right) + \left( \frac{1}{6} - \frac{1}{6} \right) + \dots \right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \left( 1 + \frac{1}{2} \right) = \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{4}. \end{aligned}$$

Отже,  $S = \frac{3\sqrt{2}}{4} \approx 1,06066$ .

Запишемо частинні суми перших 5 членів ряду:

$$S_1 = \frac{\sqrt{2}}{1(1+2)} = \frac{\sqrt{2}}{3} \approx 0,471,$$

$$S_2 = S_1 + \frac{\sqrt{2}}{2(2+2)} = \frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{\sqrt{2}}{8} = \frac{11\sqrt{2}}{24} \approx 0,648,$$

$$S_3 = S_2 + \frac{\sqrt{2}}{3(3+2)} = \frac{11\sqrt{2}}{24} + \frac{\sqrt{2}}{15} = \frac{21\sqrt{2}}{40} \approx 0,742,$$

$$S_4 = S_3 + \frac{\sqrt{2}}{4(4+2)} = \frac{21\sqrt{2}}{40} + \frac{\sqrt{2}}{24} = \frac{17\sqrt{2}}{30} \approx 0,801,$$

$$S_5 = S_4 + \frac{\sqrt{2}}{5(5+2)} = \frac{17\sqrt{2}}{30} + \frac{\sqrt{2}}{35} = \frac{25\sqrt{2}}{42} \approx 0,841.$$

Одним із напрямків даного проекту є знаходження частинних сум для різних варіацій  $n$  за допомогою програми-алгоритму, написаної однією із мов програмування.

**Висновки та перспективи подальших наукових розвідок.** Використання методу проектів у навчанні розділу «Числові ряди» майбутніх вчителів математики є дієвим та перспективним підходом. Результати дослідження свідчать про те, що такий метод сприяє більш глибокому засвоєнню матеріалу, активізує творчість та аналітичне мислення студентів, а також сприяє формуванню їхніх професійних умінь та навичок. Важливо також враховувати індивідуальні особливості студентів при реалізації навчальних проектів, щоб максимально використати їх потенціал та забезпечити оптимальні умови для навчання. Перспективою є дослідження впливу різних типів проектів на навчальний процес та результати навчання студентів. Також варто розглянути можливості інтеграції методу проектів у інші розділи математичного аналізу та суміжні дисципліни, щоб розширити його застосування та підвищити ефективність навчання. Додаткові дослідження можуть також включати аналіз впливу методу проектів на мотивацію студентів та їхню готовність до самостійної роботи та професійного розвитку.

#### СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ / REFERENCES

1. Бобирь, В. Д., Христюк, А. М. (2019). Реалізація дидактичного принципу наочності при вивченні числових рядів. X Міжнародна конференція молодих вчених «Молоді вчені 2019 – від теорії до практики» (7 березня 2019 р., Дніпро). (Bobyry, V. D., Hrystiuk, A. M. (2019). Implementation of the didactic principle of visibility in the study of number series. 10th International Conference of Young Scientists "Young Scientists 2019 – from Theory to Practice" (Mar. 7, 2019, Dnipro).
2. Дзигарська, Н. С., Корольський, В. В., Тураєва, О. В. (2022). Генерація числових рядів з використанням послідовностей геометричних об'єктів, вписаних у квадрат з параметром в системі координат. Наукові записки молодих учених, 10. (Dzyharska, N. S., Korolskiy, V. V., Turaieva, O. V. (2022). Generation of numerical series using sequences of geometric objects inscribed in a square with parameter in the coordinate system. Scientific notes of young scientists, 10).
3. Корольський, В. В., Габ, С. С. (2018). Лінійна, квадратурна та куботурна геометрична інтерпретація числових рядів засобами моделювання. Новітні комп'ютерні технології: науково-методичний збірник. Том XVI. Кривий Ріг (сс. 67–73). (Korolskiy, V. V., Gab, S. S. (2018). Linear, quadrature and cuboidal geometric interpretation of numerical series by means of modeling. Latest computer technologies: scientific and methodical collection Volume XVI. Kryvyi Rih (pp. 67–73)).
4. Корольський, В. В., Габ, С. С. (2018). Числові ряди, які пов'язані з параметрами додекаедра. Вісник міжнародного дослідницького центру «Людина: мова, культура, пізнання»: науковий журнал. В. В. Корольський (ред.). Том 42. Кривий Ріг (сс. 39–45). (Korolskiy, V. V., Gab, S. S. (2018). Numerical series related to the parameters of the dodecahedron. Bulletin of the International Research Center "Man: Language, Culture, Cognition": scientific journal. V. V. Korolskiy (Ed.). Volume 42. Kryvyi Rih (pp. 39–45)).
5. Корольський, В. В. (2017). Геометрична інтерпретація числових рядів. Новітні комп'ютерні технології: науково-методичний збірник. Том XV. Кривий Ріг (сс. 57–63). (Korolskiy, V. V. (2017). Geometric interpretation of numerical series. Latest computer technologies: scientific and methodical collection Volume XV. Kryvyi Rih (pp. 57–63)).

6. Корольський, В. В. (2018). Геометрична інтерпретація числового ряду арифметичної прогресії. Новітні комп'ютерні технології: науково-методичний збірник. Том XVI. Кривий Ріг (сс. 59–66). (Korolskiy, V. V. (2018). Geometric interpretation of a numerical series of arithmetic progression. Latest computer technologies: scientific and methodical collection Volume XVI. Kryvyi Rih (pp. 59–66)).
7. Корольський, В. В., Рymar, А. І. (2022). Геометрична інтерпретація числових рядів, пов'язаних з державною символікою. Актуальні питання природничо-математичної освіти, 2(20), 29–38. (Korolskiy, V. V., Rymar A. I. (2022) Geometric interpretation of numerical series associated with state symbols. Current issues of natural and mathematical education, 2(20), 29–38).

**Korolskiy V., Bobyliev D. Using the project method in teaching the chapter of mathematical analysis «Number series» to future teachers of mathematics.**

*The article is devoted to the study of the use of the project method in the teaching of the section «Number Series» for future mathematics teachers. Special attention is paid to the use of geometric models and problem systems to improve the learning process and the formation of students' professional skills. The introduction examines the problems associated with the need to train teachers who possess not only knowledge, but also the ability to make quick decisions and use creative approaches in the educational process. The advantages of using the project method in teaching mathematical analysis are substantiated, in particular in the section «Number series», which allows students to learn the material more deeply, to develop creative and analytical thinking. The project method is important in the training of future teachers of mathematics, as it allows students to gain practical experience in solving real mathematical problems, which contributes to a deeper assimilation and understanding of the material by students. In addition, thanks to the projects, students have the opportunity to independently choose topics for research and develop their own creativity in working with mathematical concepts. Based on the analysis of current research, it is found that the use of the project method in the educational process is a promising direction that contributes to increasing the effectiveness of education and the formation of professional competences in future teachers of mathematics.*

**Key words:** project method, number series, geometric model, geometric images, system of problems.

УДК 378.016:512-047.22

DOI 10.5281/zenodo.12184156

З. Д. Пащенко

ORCID ID 0000-0003-4544-9242

Т. В. Турка

ORCID ID 0000-0001-6445-2223

А. В. Стьопкін

ORCID ID 0000-0002-6130-9920

ДВНЗ «Донбаський державний педагогічний університет»

**ФОРМУВАННЯ ПРОФЕСІЙНИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ ВЧИТЕЛЯ  
МАТЕМАТИКИ**

*Першочерговим завданням педагогічного університету є якісна підготовка майбутніх вчителів. Рівень сформованості професійної компетентності вчителя визначається наявним рівнем його компетенцій: знаннями, вміннями, досвідом та емоційно-ціннісним ставленням до педагогічної діяльності. Професійна компетентність учителя математики взаємопов'язана та взаємообумовлена з математичною. Формування математичної компетентності здобувачів спеціальності Середня освіта (Математика) відбувається на основі змісту математичних дисциплін.*