

component (LS), which contains the basic idea of proof; 2) technical component (TC), which implements this idea by means of mathematical symbols and relationships. The presence of these two components corresponds to the existence in each object or phenomenon of two categories such as content and form. Examples of proof problems are given, the solution of which is somewhat extraordinary due to the use of differential calculus. The authors propose to consider differential calculus as a logical component that contains the basic idea of proof, and the technical component implements this idea by means of differential calculus (basic theorems of differential calculus, rules of differentiation, etc.). The efficiency of using proof problems based on the performance of the final test on the topic «Differential calculus» is proved. Statistical evaluation showed the feasibility of their introduction into the educational process of higher mathematics in technical free economic zones.

Key words: higher mathematics, differential calculus, proof problems, future engineer, logical competence, logical component, technical component.

УДК 372.851.2+51.7

DOI 10.5281/zenodo.6630568

О. С. Чашечникова

ORCID ID 0000-0003-1101-5534

Сумський державний педагогічний
університет імені А.С.Макаренка

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ У ПРОЦЕСІ ПЕРЕВІРКИ ЕФЕКТИВНОСТІ АВТОРСЬКОЇ МЕТОДИЧНОЇ СИСТЕМИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

У статті запропоновано результати застосування методів математичної статистики для аналізу результатів експериментального навчання та їх інтерпретація. У результаті обробки даних педагогічного експерименту необхідно було перевірити, як впливає запропонована система створення творчого середовища на розвиток творчого мислення учнів. З цією метою була сформульована змістова гіпотеза, суть якої полягала в тому, що за умови, коли середні результати виконання певних завдань на кінцевому етапі в учнів експериментальної групи будуть вищими за результати учнів контрольної групи, то можна вважати, що запропонована система створення творчого середовища в умовах диференційованого навчання математики є ефективною. Експериментальна робота з розвитку творчого мислення учнів у процесі навчання математики проводилася в кілька етапів: перший цикл 1998-2010 роки (учасники експерименту – учні загальноосвітніх шкіл та гімназій), другий цикл 2005-2019 роки (учасники експерименту – учні загальноосвітніх шкіл, третій цикл 2019-2022 роки (продовжується і на цьому етапі в умовах дистанційного навчання, учасники експерименту – школярі та студенти коледжів). Окремо оцінювалися результати експериментального навчання, що триває з конкретними групами учнів 5 років (7-11 класи) та 2 роки (10-11 класи). Специфіка дослідження формування та розвитку творчого мислення така, що необхідно пам'ятати саме про динаміку його розвитку, причому оцінку позитивних змін певних характеристик творчого мислення можна простежити лише якісно. Проведений статистичний та кореляційний аналіз кількісних результатів свідчить про ефективність авторської методичної системи. Визначено, що учні експериментальних класів, порівняно з учнями контрольних класів: 1) найчастіше самотійно обирають серед запропонованих завдань такі, що потребують нестандартного підходу; 2) із великим задоволенням беруть участь в олімпіадах, конкурсах з математики; 3) виявляють ініціативу, знаходячи самотійно завдання для виконання; 4) більше працюють із додатковими науково-популярними джерелами (у тому числі – сайтами).

Ключові слова: вивчення математики, застосування математичної статистики для оцінки результатів дослідження, створення творчого середовища, творче мислення.

Постановка проблеми. Загальновідомо, що на всіх стадіях педагогічного дослідження важливим є аналіз результатів проведення педагогічного експерименту (якісний та кількісний). Основним способом обробки отриманих фактичних даних на даному етапі є застосування методів математичної статистики [2; 4; 6]. Але не можна не погодитись з думкою С.У. Гончаренка про те, що «в процесі «математизації» педагогічної науки ... некритично сприйнявши відоме положення про те, що в кожній науці стільки науки, скільки в ній математики, дидактик, методисти, школознавці, освітянські чиновники, ... намагаються й зараз сформалізувати буквально всі елементи педагогічного процесу» [1, с. 201]. М.К. Мамардашвілі, В.П. Зинченко також відмічали негативну тенденцію експансії технократичного мислення на сферу освіти, на сферу вивчення самого мислення [3], одним із проявів якої і є «абсолютна формалізація» результатів проведеного педагогічного експерименту.

Однак вирішення багатьох завдань педагогічного дослідження також не є можливим без застосування статистичних методів, і це також відмічено С. У. Гончаренком [1, с. 202]. Тому важливим є питання подальшої правильної інтерпретації одержаних в ході їх використання результатів.

Мета статті – продемонструвати можливості інтерпретації результатів педагогічних експериментів, одержаних в ході статистичної обробки даних.

Аналіз актуальних досліджень. О. М. Матюшкин [5] підкреслював, що розповсюджене використання розв'язування нової для суб'єкта задачі як методу експериментального дослідження мислення не завжди слугує розкриттю його закономірностей; що принципово необхідно подолати емпіричний підхід до дослідження. Тому в ході організації лонгітюдного дослідження обдарованих школярів пропонував психодіагностичний комплекс розроблених та адаптованих взаємопов'язаних методик (тести вербального та невербального творчого мислення Е. П. Торренса; мюнхенські багаторівневі тести когнітивних здібностей для обдарованих дітей; тести для вимірювання швидкості обробки інформації; опитувальники для самооцінки творчої обдарованості та інше). Робота відбувалася у експериментальних базах під безпосереднім керівництвом підготовлених фахівців з проблеми дослідження.

Виклад основного матеріалу. Дослідно-експериментальна робота з проблеми розвитку творчого мислення учнів у процесі навчання математики проводилася нами у декілька етапів: протягом 1998-2010 років (учасники експерименту учні загальноосвітніх шкіл та гімназій, результатом є захист дисертації [7; 8]); 2005-2019 років (учасники експерименту учні загальноосвітніх шкіл та гімназій, студенти коледжів, одним із результатів представлено у дисертації [9]); 2019-2022 років (в умовах дистанційного навчання, учасники експерименту учні закладів середньої освіти, передвищої освіти). 2005-2011 роки – перший та другий цикли проводились паралельно; третій цикл знаходиться на стадії пошукувального етапу (таблиця 1).

Формувальний експеримент з деякими групами учнів пролонгований (експериментальне навчання відбувалося, починаючи з 5 (або 7) до закінчення 11 класу). Оцінювання процесу формування та розвитку творчого мислення має охоплювати і *результативний* (які саме компоненти творчого мислення розвиваються), і *процесуальний аспект* (як саме відбувається цей розвиток). У ході експериментальних досліджень ефективність використання запропонованої моделі розвитку творчого мислення встановлювали за допомогою цілеспрямованих педагогічних спостережень, опитування та анкетування вчителів та учнів, порівняльного аналізу як результатів виконання завдань в експериментальних (ЕГ) і контрольних групах (КГ). Зазначимо, що з метою отримання більш вірогідних відомостей про динаміку розвитку творчого мислення учнів нами аналізувалися як результати виконання письмових робіт, індивідуальних робіт, психологічних тестів, так і спостереження за процесом роботи учнів над ними. Аналізувалися і оцінювалися кожний з етапів виконання. Нами визначено: специфіка формування та розвитку творчого мислення є такою, що можна говорити скоріше не про рівні розвитку творчого мислення учнів, а про динаміку розвитку деяких компонентів творчого мислення; динаміку розвитку одних компонентів творчого мислення можна прослідкувати кількісно, інших – лише якісно.

Інформація про цикли та етапи експериментального навчання

Цикли	Етапи експерименту	Роки проведення	Учасники експерименту
1	Діагностувальний етап	1998-2002	учні загальноосвітніх шкіл та гімназій
1	Пошукувальний етап	2002-2003	учні загальноосвітніх шкіл та гімназій
1	Формувальний етап	2003-2010	учні загальноосвітніх шкіл та гімназій
2	Діагностувальний етап	2005-2006	учні загальноосвітніх шкіл та гімназій, студенти коледжів
2	Пошукувальний етап	2006-2007	учні загальноосвітніх шкіл та гімназій, студенти коледжів
2	Формувальний етап	2007-2011/ 2007-2019	учні загальноосвітніх шкіл та гімназій, студенти коледжів
3	Діагностувальний етап	2019-2021	учні закладів середньої освіти, передвищої освіти
3	Пошукувальний етап	2021-2022	учні закладів середньої освіти, передвищої освіти

З метою підтвердження або спростування гіпотези про статистичний зв'язок між рівнем навчальних досягнень учнів з математики і рівнем їхнього творчого мислення, було проведено кореляційне дослідження. У ході обробки даних педагогічного експерименту необхідно було перевірити, як впливає запропонована система створення творчого середовища на розвиток творчого мислення учнів. З цією метою було сформульовано змістову гіпотезу: «Якщо середні результати виконання завдань блоків а), б), в) на кінцевому етапі учнів експериментальної групи вищі за результати учнів контрольної групи, то можна вважати, що запропонована система створення творчого середовища в умовах диференційованого навчання математики є ефективною».

Таблиця 2

Рівень виконання тестів на визначення розвитку творчого мислення учнів, з якими експеримент проводився 1-2 навчальні роки

Стан експерименту Шкала	Початок експерименту		Завершення експерименту	
	ЕГ	КГ	ЕГ	КГ
91-100	26	26	28	25
81-90	54	57	80	66
71-80	89	98	123	109
61-70	103	107	113	122
51-60	93	103	66	99
41-50	54	61	44	33
31-40	31	13	-	11
21-30	4	5	-	5

У ході обробки даних педагогічного експерименту необхідно було перевірити, як впливає запропонована система створення творчого середовища на розвиток творчого мислення учнів. Було сформульовано змістову гіпотезу: «Якщо середні результати виконання завдань блоків а), б), в) на кінцевому етапі учнів експериментальної групи вищі за результати учнів контрольної групи, то можна вважати, що запропонована система створення творчого середовища в умовах диференційованого навчання математики є ефективною».

Рівень виконання тестів на визначення розвитку творчого мислення учнів, з якими експеримент проводився більше 2 навчальних років

Стан експерименту Шкала	Початок експерименту		Завершення експерименту	
	ЕГ	КГ	ЕГ	КГ
91-100	20	19	28	18
81-90	47	44	65	47
71-80	66	65	100	64
61-70	88	82	102	105
51-60	60	57	32	63
41-50	34	34	1	9
31-40	12	9	-	5
21-30	1	2	-	1

Під час перевірки ефективності запропонованої методики ми використовували методи математичної статистики. Оскільки наше дослідження спрямоване на встановлення причинної залежності між двома змінними, при якому здійснюється порівняння результатів дослідження до і після впровадження визначеної системи дії, то ми маємо справу зі квазіекспериментом, що передбачає такий алгоритм: «тест» → «дія» → «ретест»:

$$O_1 \quad X \quad O_2$$

$$O_3 \quad \quad O_4$$

де, X – дія (впровадження моделі і організаційно-педагогічних умов); O_1 – ЕГ (початок експерименту); O_2 – ЕГ (кінець експерименту); O_3 – КГ (початок експерименту); O_4 – КГ (кінець експерименту).

Було обчислено емпіричні значення критеріїв при порівнянні:

$$O_1 - O_2; O_3 - O_4; O_1 - O_3; O_2 - O_4.$$

Таким чином, умови експерименту відповідають варіанту чотирьох наборів статистичних гіпотез H (H_0 – нульова гіпотеза – припущення про відсутність відмінностей у значеннях ознак; H_1 – альтернативна гіпотеза – припущення про існування відмінностей) (таблиця 4.4). У статистичних висновках обидві гіпотези розглядаємо у парі.

В якості вибірових статистик обрано міри центральної тенденції, під якими розуміють чисельні показники типових властивостей емпіричних даних. Серед них у роботі розглянуто передусім моду, медіану, середнє арифметичне. Мода (M_0) – значення, яке найчастіше трапляється серед емпіричних даних. Вона є значенням з найбільшою частотою. Медіана (M_d) – значення, яке перебуває на середині упорядкованої послідовності емпіричних даних. Середнє арифметичне \bar{X} (вбіркоче середнє або середнє) сукупності n значень дорівнює:

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}, \text{ або } \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i.$$

Чотири набори статистичних гіпотез

Набір А	про незначущість відмінностей результатів тестування O_1 і O_3	$H_{0(A)}: \mu_1 - \mu_3 = 0;$ $H_{1(A)}: \mu_1 - \mu_3 \neq 0.$
Набір Б	про значущість відмінностей результатів тестування O_2 і O_4	$H_{0(B)}: \mu_2 \leq \mu_4;$ $H_{1(B)}: \mu_2 > \mu_4.$
Набір В	про значущість відмінностей результатів тестування O_2 і O_1	$H_{0(B)}: \mu_2 \leq \mu_1;$ $H_{1(B)}: \mu_2 > \mu_1.$
Набір Г	про значущість відмінностей результатів тестування O_4 і O_3	$H_{0(\Gamma)}: \mu_4 \leq \mu_3;$ $H_{1(\Gamma)}: \mu_4 > \mu_3.$

Крім того, було розраховано міри мінливості: дисперсію, стандартне відхилення, асиметрію і ексцес. Дисперсія є мірою однорідності сукупностей емпіричних даних (чим вища однорідність, тим нижче значення дисперсії). Дисперсію вибірки обсягом n визначають як:

$$s_x^2 = \frac{(x_1 - \bar{X})^2 + (x_2 - \bar{X})^2 + \dots + (x_n - \bar{X})^2}{n-1},$$

$$\text{або } s_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1}.$$

Стандартне відхилення вибірки визначають так: $s_x = \sqrt{s_x^2}$.

Асиметрія A_x характеризує ступінь несиметричності розподілу щодо його середнього. Позитивна асиметрія вказує на відхилення розподілу в бік додатних значень, негативна – від'ємних.

$$A_x = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \cdot \frac{1}{(s_x)^3} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^3.$$

Ексцес E_x описує відносну опуклість або згладженість розподілу вибірки порівняно з нормальним розподілом. Позитивний ексцес позначає відносно загострений розподіл, негативний – відносно згладжений.

$$E_x = \frac{n(n+1)}{(n-1)(n-2)(n-3)} \cdot \frac{1}{(s_x)^4} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^4 - \frac{3(n-1)^2}{(n-2)(n-3)}.$$

Результати розрахунків представлено в таблиці 5.

Параметри генеральної сукупності оцінювали за допомогою статистик, тобто оцінювання статистичних похибок, які є відхиленням вибіркових показників (статистик) від генеральних параметрів. Розрізняють точкове і інтервальне оцінювання. Точкове оцінювання застосовують для приблизного оцінювання параметрів генеральної сукупності за статистиками вибірок.

Таблиця 5

Описова статистика результатів тестування розвитку творчого мислення учнів, з якими експеримент проводився 1-2 навчальні роки, на початку та наприкінці експерименту

		O_{11}	O_{12}	O_{13}	O_{14}
Міри центральної тенденції					
Середнє арифметичне	\bar{X}	64,75	70,18	65,59	67,52
Мода	M_o	58,00	72,00	65,00	59,00
Медіана	M_d	65,00	71,00	65,00	67,00

Міри мінливості					
Дисперсія	s_x^2	252,20	178,76	228,20	198,06
Стандартне відхилення	s_x	15,88	13,37	15,11	14,07
Асиметрія	A_x	-0,06	-0,11	-0,04	-0,24
Екссес	E_x	-0,64	-0,65	-0,55	-0,09

Точкові похибки визначають за такими формулами:

$$- \text{ для середнього арифметичного } - s_{\bar{X}} = \frac{s_x}{\sqrt{n}};$$

$$- \text{ для медіани } - s_{Md} = \frac{1,25 \cdot s_x}{\sqrt{n}};$$

$$- \text{ для дисперсії } - s_{s_x^2} = \frac{s_x^2}{\sqrt{2n}}; \text{ для стандартного відхилення } - s_{s_x} = \frac{s_x}{\sqrt{2n}}.$$

Розрахунки відповідних похибок для чотирьох результатів тестування наведені в таблиці 4.6

У дослідженнях психологічних та педагогічних явищ, процесів низьким рівнем статистичної значущості вважають 5%-й рівень ($\alpha \leq 0,05$), достатнім – 1%-й рівень ($\alpha \leq 0,01$) і вищим – 0,1%-й рівень ($\alpha \leq 0,001$).

Для нормального розподілу модель інтервального оцінювання середнього генеральної сукупності μ має вигляд:

$$\mu = \bar{X} \pm \frac{z_{\alpha/2} \cdot s_x}{\sqrt{n}},$$

де $z_{\alpha/2}$ – параметр стандартного нормального розподілу.

Функція нормального розподілу має вигляд:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},$$

де $f(x)$ – ймовірність, μ і σ – середнє і стандартне відхилення генеральної сукупності. Якщо $\mu = 0$ і $\sigma = 1$, то розподіл – нормований. Методом оцінювання відповідності емпіричного розподілу нормальному закономі є застосування критеріїв асиметрії та ексцесу t_A і t_E :

$$t_A = \frac{|A_x|}{m_A} \text{ і } t_E = \frac{|E_x|}{m_E},$$

де A_x і E_x – коефіцієнти асиметрії та ексцесу; m_A і m_E – відповідні похибки:

$$m_A = \sqrt{\frac{6 \cdot (n-1)}{(n+1) \cdot (n+3)}} \text{ і } m_E = \sqrt{\frac{24 \cdot n \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot (n-5)}{(n-1)^2 \cdot (n+3) \cdot (n+5)}}.$$

Результати розрахунків наведені в таблиці 7.

Таблиця 6

Точкові похибки деяких показників				
	O_{11}	O_{12}	O_{13}	O_{14}
$S_{\bar{X}}$	0,75	0,63	0,70	0,65
S_{Md}	0,93	0,78	0,87	0,81
$S_{s_x^2}$	8,37	5,93	7,44	6,46
S_{s_x}	0,53	0,44	0,49	0,46

Таблиця 7

Довірчий інтервал середнього генеральної сукупності на рівні значущості 0,05 і 0,01

	O_{11}	O_{12}	O_{13}	O_{14}
$\mu_{0,05}$	$64,75 \pm 1,46$	$70,18 \pm 1,23$	$65,59 \pm 1,37$	$67,52 \pm 1,27$
$\mu_{0,01}$	$64,75 \pm 1,92$	$70,18 \pm 1,62$	$65,59 \pm 1,79$	$67,52 \pm 1,67$

Чисельні значення критеріїв, які наведено в таблиці 8, не перевищують 3. Тобто не існує статистично значущих підстав стверджувати про достовірну відмінність емпіричного розподілу від теоретичного нормального.

Таблиця 8

Критерії асиметрії та ексцесу при аналізі розвитку творчого мислення учнів, з якими експеримент проводився 1-2 навчальні роки

	O_{11}	O_{12}	O_{13}	O_{14}
t_A	0,51	0,93	0,36	2,15
t_E	0,13	0,13	0,11	0,02

Критерій згоди Пірсона (χ^2) дорівнює сумі квадратів відхилень емпіричних частот x_i від очікуваних теоретичних частот x'_i :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - x'_i)^2}{x'_i}$$

Отримали критичне значення критерію $\chi_{кр}^2$.

Для $O_{11} - \chi_{емп}^2 = 21,90$; $O_{12} - \chi_{емп}^2 = 28,43$; $O_{13} - \chi_{емп}^2 = 24,66$; $O_{14} - \chi_{емп}^2 = 33,72$

Тобто можна зробити висновок, що розбіжності, які існують між емпіричним і очікуваним теоретичним нормальним розподілом (для усіх чотирьох вибірок), є випадковими. Отримані результати наведено на графіках (рис. 1).

Оскільки виміри рівня творчого мислення є інтервальними і, як було показано вище, відповідають нормальному закону, то можна використовувати параметричні критерії. Оцінити різниці середніх отриманих у двох вибірках, коли дисперсія невідома дає змогу t -критерій Стьюдента. Для порівняння результатів тестування $O_{11} - O_{13}$ було використано двобічний t -критерій Стьюдента (щодо незначущості відмінностей середніх значень у разі незв'язаних вибірок різних обсягів), для порівняння результатів тестування $O_{12} - O_{14}$ – одnobічний t -критерій Стьюдента (щодо перевірки значущості відмінностей середніх значень). Також для перевірки гіпотези про розходження двох зв'язаних вибірок ми використовували так званий парний двовибірковий t -критерій Стьюдента для порівняння результатів тестування $O_{11} - O_{12}$ і $O_{13} - O_{14}$.

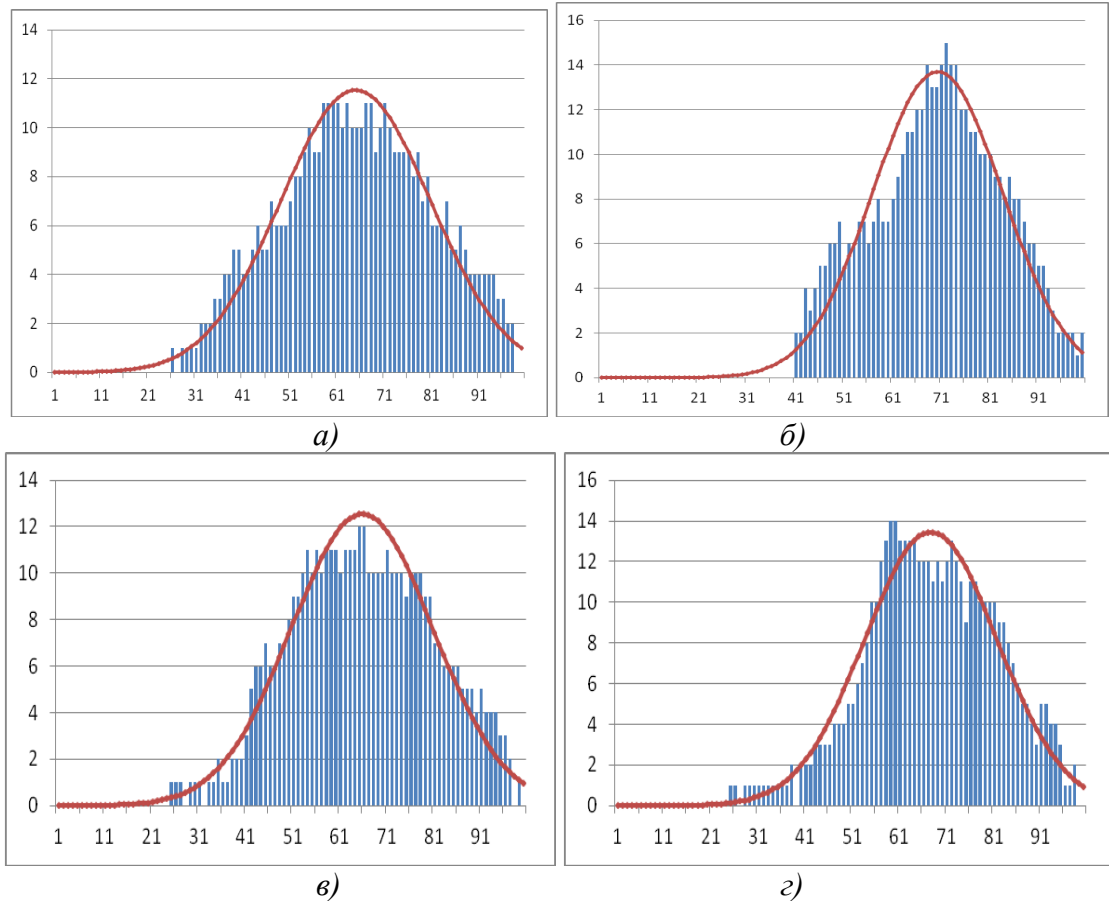


Рис. 1. Емпіричний і нормальний теоретичний розподіли для учнів, з якими експеримент проводився 1-2 навчальні роки:
 а) результатів тестування O_{11} ; б) результатів тестування O_{12} ;
 в) результатів тестування O_{13} ; г) результатів тестування O_{14} .

Набір А про незначущість відмінностей результатів тестування O_{11} і O_{13} має такий вигляд: $H_{0(A)}: \mu_1 - \mu_3 = 0$; $H_{1(A)}: \mu_1 - \mu_3 \neq 0$.

Оскільки досліджуваний параметр має нормальний розподіл, дисперсії сукупностей невідомі, обсяги вибірок неоднакові, вибірки незв'язані, виміри інтервальні, то ми скористалися моделлю двобічного t -критерію Стьюдента для двох різних за обсягом вибірок, який обчислюємо за формулою:

$$t_{em} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1) \cdot s_1^2 + (n_2 - 1) \cdot s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

Розрахунки емпіричного критерію показують, що $t_{em} \approx -0,002$.

Набір Б про значущість відмінностей результатів тестування O_2 і O_4 має вигляд: $H_{0(B)}: \mu_2 \leq \mu_4$; $H_{1(B)}: \mu_2 > \mu_4$.

У цьому випадку використовуємо модель одностороннього t -критерію Стьюдента для двох різних за обсягом вибірок (див. формулу вище). Проведені розрахунки емпіричного критерію показують, що $t_{em} \approx 0,009$.

Набір В про значущість відмінностей результатів тестування O_2 і O_1 має вигляд: $H_{0(B)}: \mu_2 \leq \mu_1$; $H_{1(B)}: \mu_2 > \mu_1$.

Оскільки досліджуваний параметр має нормальний розподіл, дисперсії сукупностей невідомі, обсяги вибірок однакові, вибірки зв'язані, виміри інтервальні, то ми скористалися моделлю парного двовибіркового t -критерію Стьюдента. Цей метод застосовують, якщо є природна парність спостережень, наприклад, коли сукупність тестують двічі – до та після експериментальної дії. Він має вигляд:

$$t_{em} = \frac{2 \cdot \bar{d}}{s_d} \sqrt{n},$$

де $\bar{d} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n d_i$ – середнє різниць; $d_i = x_{i1} - x_{i2}$ – різниця значень; $s_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{d} - d_i)^2}{n-1}}$ –

стандартне відхилення; n – обсяг вибірки.

Розрахунки емпіричного критерію показують, що $t_{em} \approx 88,2$.

Набір Г про значущість відмінностей результатів тестування O_4 і O_3 має вигляд: $H_{0(\Gamma)}: \mu_4 \leq \mu_3; H_{1(\Gamma)}: \mu_4 > \mu_3$.

Оскільки вибірки зв'язані, ми використовували модель парного двовибіркового t -критерію Стюдента. Проведені розрахунки емпіричного критерію показують, що $t_{em} \approx 53,16$.

Проаналізуємо отримані результати.

Набір А. Оскільки $t_{em} \approx -0,002$ менше, ніж $t_{0,05} \approx 1,65$ і $t_{0,01} \approx 2,33$, то нульову гіпотезу H_0 приймають на рівні значущості 0,01. Таким чином, на рівні значущості 0,01 є підстави стверджувати про однакові середні значення результатів тестування рівня математичного мислення O_{11} і O_{13} .

Набір Б. Оскільки $t_{em} \approx 0,009$ менше, ніж $t_{0,05} \approx 1,65$ і $t_{0,01} \approx 2,33$, то нульову гіпотезу H_0 приймають на рівні значущості 0,01.

Набір В. Оскільки $t_{em} \approx 88,2$ більше за $t_{0,05} \approx 1,97$ і $t_{0,01} \approx 2,59$, то нульову гіпотезу H_0 відхиляють на рівні значущості 0,01. Таким чином, на рівні значущості 0,01 є підстави стверджувати про те, що середні показники результатів тестування O_{12} значно перевищують середні показники O_{11} .

Набір Г. Оскільки $t_{em} \approx 53,16$ більше за $t_{0,05} \approx 1,97$ і $t_{0,01} \approx 2,59$, то нульову гіпотезу H_0 відхиляють на рівні значущості 0,01. Отже, на рівні значущості 0,01 є підстави стверджувати про те, що середні показники результатів тестування O_{14} перевищують середні показники O_{13} .

Відмінність між O_{12} і O_{14} засвідчує природний розвиток і фонову дію. Для виявлення ефекту дії незалежної змінної краще порівнювати не O_{12} і O_{14} , а δ_{12-11} і δ_{14-13} – величини зрушень показників у часі.

Якщо прийняти, що $\delta_{12-11} \approx \overline{d_{12-11}}$ і $\delta_{14-13} \approx \overline{d_{14-13}}$, де \bar{d} – середнє різниць, то $\delta_{12-11} \approx 5,43 > \delta_{14-13} \approx 1,97$. Таким чином, вплив упровадження системи створення творчого середовища у навчання математики учнів експериментальної групи призводить до більш значних зрушень у рівні їхнього творчого мислення, ніж у учнів в контрольній групі.

Аналогічно ми проводили статистичну перевірку результатів тестування розвитку компонентів творчого мислення учнів, з якими експеримент проводився більше двох навчальних років. Результати розрахунків представлено в таблиці 9.

Таблиця 9

Описова статистика результатів тестування щодо розвитку творчого мислення учнів, з якими експеримент проводився більше 2 навчальних років, на початку та наприкінці експерименту

		O_{21}	O_{22}	O_{23}	O_{24}
Міри центральної тенденції					
Середнє арифметичне	\bar{X}	66,98	74,05	67,02	69,00
Мода	M_o	66,00	71,00	65,00	63,00
Медіана	M_d	67,00	73,00	67,00	68,00

Міри мінливості					
Дисперсія	s_x^2	219,72	120,90	219,56	162,94
Стандартне відхилення	s_x	14,82	11,00	14,82	12,76
Асиметрія	A_x	-0,10	0,23	-0,13	0,02
Екссес	E_x	-0,55	-0,61	-0,49	-0,06

Розрахунки відповідних похибок для чотирьох результатів тестування наведені в таблиці 10.

Таблиця 10

Точкові похибки деяких показників

	O_{21}	O_{22}	O_{23}	O_{24}
$s_{\bar{x}}$	0,82	0,61	0,84	0,72
s_{Md}	1,02	0,76	1,05	0,90
$s_{s_x^2}$	8,58	4,72	8,79	6,52
s_{s_x}	0,58	0,43	0,59	0,51

Результати розрахунків наведені в таблицях 11 і 12.

Таблиця 11

Довірчий інтервал середнього генеральної сукупності на рівні значущості 0,05 і 0,01

	O_{21}	O_{22}	O_{23}	O_{24}
$\mu_{0,05}$	66,98 ± 1,6	74,05 ± 1,19	67,02 ± 1,64	69,00 ± 1,42
$\mu_{0,01}$	66,98 ± 2,11	74,05 ± 1,56	67,02 ± 2,16	69,00 ± 1,86

Таблиця 12

Критерії асиметрії та ексцесу при аналізі розвитку творчого мислення учнів, з якими експеримент проводився більше 2 навчальних років

	O_{21}	O_{22}	O_{23}	O_{24}
t_A	0,74	1,70	0,92	0,01
t_E	0,12	0,13	0,10	0,01

Отже, можна зробити висновок, що розбіжності, які існують між емпіричним і очікуваним теоретичним нормальним розподілом (для усіх чотирьох вибірок), є випадковими.

Отримані результати наведено на графіках (рис. 2).

Для оцінки різниці середніх отриманих у двох вибірках також застосували t -критерій Стьюдента. Проаналізуємо отримані результати.

Набір А. Оскільки $t_{emn} \approx 0,001$ менше, ніж $t_{0,05} \approx 1,65$ і $t_{0,01} \approx 2,33$, то нульову гіпотезу H_0 приймають на рівні значущості 0,01. Таким чином, на рівні значущості 0,01 є підстави стверджувати про однакові середні значення результатів тестування рівня математичного мислення O_{21} і O_{23} .

Набір Б. Оскільки $t_{emn} \approx 0,02$ менше, ніж $t_{0,05} \approx 1,65$ і $t_{0,01} \approx 2,33$, то нульову гіпотезу H_0 приймають на рівні значущості 0,01.

Набір В. Оскільки $t_{emn} \approx 31,38$ більше за $t_{0,05} \approx 1,97$ і $t_{0,01} \approx 2,59$, то нульову гіпотезу H_0 відхиляють на рівні значущості 0,01. Таким чином, на рівні значущості 0,01 є підстави стверджувати про те, що середні показники результатів тестування O_{22} значно перевищують середні показники O_{21} .

Набір Г. Оскільки $t_{emn} \approx 21,27$ більше за $t_{0,05} \approx 1,97$ і $t_{0,01} \approx 2,59$, то нульову гіпотезу H_0 відхиляють на рівні значущості 0,01. Отже, на рівні значущості 0,01 є підстави стверджувати про те, що середні показники результатів тестування O_{24} перевищують середні показники O_{23} .

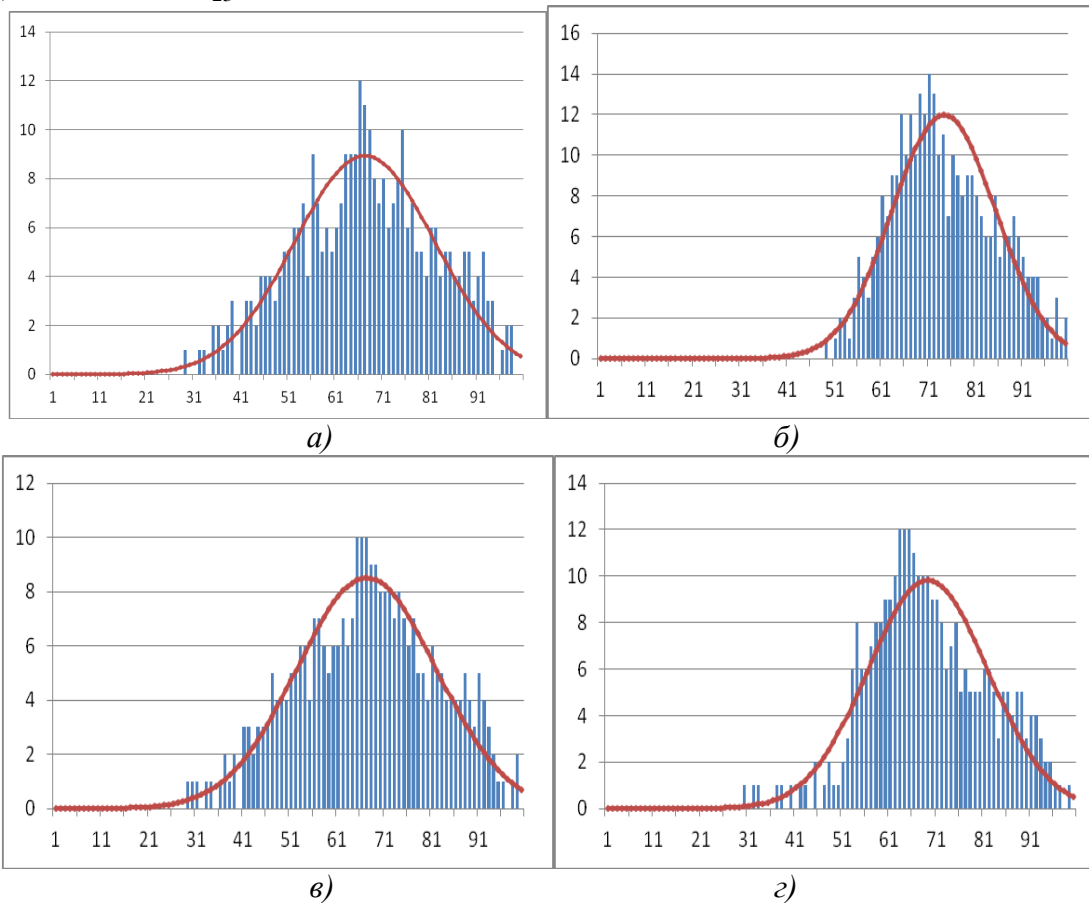


Рис. 2. Емпіричний і нормальний теоретичний розподіли для учнів, з якими експеримент проводився 1-2 навчальні роки:

- а) результатів тестування O_{21} ; б) результатів тестування O_{22} ;
 в) результатів тестування O_{23} ; г) результатів тестування O_{24} .

Також перевірили відмінність величини зрушень показників у часі між O_{22} і O_{24} : $\delta_{22-21} \approx 7,07 > \delta_{24-23} \approx 1,98$. Порівняння отриманих значень $\delta_{22-21} \approx 7,07 > \delta_{12-11} \approx 5,43$ дозволяє зробити висновок про те, що упровадження системи створення творчого середовища у навчання математики експериментальної групи учнів, які навчалися більше двох років, призводить до більш значних зрушень у рівні їхнього творчого мислення, ніж у учнів експериментальної групи, які навчалися 1-2 роки.

У ході дослідження здійснювалася перевірка змін, які відбувалися в рівні навчальних досягнень з математики учнів експериментальної та контрольної груп. Результати наведено в таблицях 13 і 14.

Таблиця 13

Динаміка змін у рівні навчальних досягнень учнів, з якими експеримент проводився 1-2 навчальні роки

Рівень навчальних досягнень \ Стан експерименту	Початок експерименту		Завершення експерименту	
	ЕГ	КГ	ЕГ	КГ
Високий (10-12 б)	58	59	72	60
Достатній (7-9 б)	175	184	190	182
Середній (4-6 б)	192	202	171	204
Початковий (1-3 б)	29	25	21	24

Динаміка змін у рівні навчальних досягнень учнів, з якими експеримент проводився понад двох навчальних років

Рівень навчальних досягнень \ Стан експерименту	Початок експерименту (початок навчального року)		Завершення експерименту (кінець навчального року)	
	ЕГ	КГ	ЕГ	КГ
Високий (10-12 б)	46	45	58	40
Достатній (7-9 б)	125	120	151	118
Середній (4-6 б)	138	130	109	136
Початковий (1-3 б)	19	17	10	18

Необхідно було перевірити, чи існує прямий зв'язок між творчим мислення учнів і їхнім рівнем успішності з математики. Для цього ми використовували коефіцієнт лінійної кореляції Пірсона:

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}},$$

де x_i і y_i – значення змінних X і Y ; \bar{x} і \bar{y} – середні X і Y ; n – обсяг вибірки.

Було отримано наступні результати: для експериментальної групи O_{12} – $r_{xy} \approx 0,98$, а для експериментальної групи O_{22} – $r_{xy} \approx 0,97$. Отриманні значення свідчать про сильний прямий зв'язок між рівнем творчого мислення учнів та рівнем їхніх навчальних досягнень з математики. Це означає, що використання системи створення творчого середовища не лише сприяє розвитку творчого мислення учнів, а й впливає на рівень їхніх навчальних досягнень з математики. Відмітимо: відбувається це лише у результаті довготривалої роботи (не менше, ніж 4-6 місяців), на перших етапах може відбуватися навіть деяке зниження рівня навчальних досягнень.

Також було проведено перевірку щодо оберненого процесу: впливу рівня навчальних досягнень з математики на рівень творчого мислення учнів. З метою підтвердження або спростування гіпотези про статистичний зв'язок між рівнем навчальних досягнень учнів з математики і рівнем їхнього творчого мислення, було проведено кореляційне дослідження. Обчислене значення коефіцієнта лінійної кореляції Пірсона підтверджує наявність сильної позитивної кореляції. Отже, проведений статистичний та кореляційний аналіз результатів контрольних заходів з математики засвідчує ефективність упровадження в навчальний процес системи створення творчого середовища. Якісна оцінка, аналіз результатів анкетування учнів, спостереження за виконанням завдань, за роботою у творчій групі свідчать, що учні експериментальних класів порівняно з учнями контрольних класів: 1) частіше самостійно обирають серед запропонованих завдань ті, що потребують нестандартного підходу; 2) з більшим задоволенням беруть участь у олімпіадах, конкурсах з математики; 3) виявляють ініціативу, знаходячи самостійно завдання для виконання; 4) більше працюють з додатковими науково-популярними джерелами (зокрема – сайтами). Проведений статистичний та кореляційний аналіз результатів контрольних заходів з математики, порівняння результатів навчання контрольних і експериментальних класів засвідчує ефективність упровадження в навчальний процес системи створення творчого середовища в умовах навчання математики учнів.

Висновки та перспективи подальших наукових розвідок. Аналіз результатів дослідження надає змогу зазначити: специфіка дослідження щодо формування та розвитку

творчого мислення є такою, що можна говорити скоріше не про рівні розвитку творчого мислення учнів, а про динаміку його розвитку; динаміку зростання одних характеристик творчого мислення можна прослідкувати кількісно, інших – лише якісно. Аналіз даних, отриманих в результаті формувального експерименту, проведений статистичний та кореляційний аналіз результатів контрольних заходів з математики, порівняння результатів навчання контрольних і експериментальних класів, якісний аналіз динаміки розвитку творчого мислення учнів засвідчує ефективність запровадження в навчальний процес розробленої нами моделі. Подальше дослідження спрямовано на впровадження моделі в умовах дистанційного навчання.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ / REFERENCES

1. Гончаренко, С. У. (2008). Педагогічні дослідження: Методологічні поради молодим науковцям. Київ-Вінниця: ДОВ «Вінниця». (Goncharenko, S. U. (2008). Pedagogical research: Methodological advice for young scientists. Kyiv-Vinnytsia: DOV «Vinnytsia»).
2. Грабарь, М. И, Краснянская, К. А. (1977). Применение математической статистики в педагогических исследованиях. Непараметрические методы. Москва: Педагогика. (Grabar, M. I., Krasnyanskaya, K. A. (1977). Application of mathematical statistics in pedagogical research. Nonparametric methods. Moskva: Pedagogika).
3. Зинченко, В. П. (1997). О целях и ценностях в образовании. Педагогика, 5, 3–16. (Zinchenko, V. P. (1997). About goals and values in education. Pedagogy, 5, 3–16).
4. Кыверялг, А. А. (1980). Методы исследования в профессиональной педагогике. Таллин: Валгус. (Kyveralg, A. A. (1980). Research methods in professional pedagogy. Tallinn: Valgus).
5. Матюшкин, А. М. (2003). Мышление, обучение, творчество. Москва-Воронеж: «МОДЭК». (Matyushkin, A. M. (2003). Thinking, learning, creativity. Moscow-Voronezh: MODEK).
6. Новиков, Д. А. (2004). Статистические методы в педагогических исследованиях (типичные случаи). Москва: МЗ-Пресс. (Novikov, D. A. (2004). Statistical methods in pedagogical research (typical cases). Moscow: MN-Press).
7. Чашечникова, О. С. (2011). Развитие творческого мышления учащихся под час навчання математики. Проблема діагностики. Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології, 1(11), 217–226. (Chashechnikova, O. S. (2011). Development of creative thinking of students while learning mathematics. Diagnostic problem. Pedagogical sciences: theory, history, innovative technologies, 1(11), 217–226).
8. Чашечникова, О. С. (2011). Теоретико-методичні основи формування і розвитку творчого мислення учнів в умовах диференційованого навчання математики (дис. ... докт. пед. наук: 13.00.02). Черкаси. (Chashechnikova, O. S. (2011). Theoretical and methodological bases of formation and development of creative thinking of students in the conditions of differentiated teaching of mathematics (DSc thesis). Cherkasy).
9. Чухрай, З. Б. (2012). Развитие дослідницьких здібностей студентів економічних спеціальностей у процесі навчання математики (дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02). Суми. (Chukhrai, Z. B. (2012). Development of research abilities of students of economic specialties in the process of teaching mathematics (PhD thesis). Sumy).

Чашечникова О. С. Применение методов математической статистики в процессе проверки эффективности авторской методической системы обучения математике.

Аннотация. В статье предложены результаты применения методов математической статистики к анализу результатов экспериментального обучения и их интерпретация. В ходе обработки данных педагогического эксперимента необходимо было проверить, как влияет предложенная система создания творческой среды на развитие творческого мышления учащихся. С этой целью была сформулирована гипотеза, суть которой заключалась в том, что при условии, когда средние результаты выполнения определенных заданий на конечном этапе у учащихся экспериментальной группы будут выше результатов учащихся контрольной группы, то можно считать, что предложенная система создания

творческой среды в условиях дифференцированного обучения математике является эффективной. Экспериментальная работа по развитию творческого мышления учащихся в процессе обучения математике проводилась в несколько этапов: первый цикл 1998-2010 годы (участники эксперимента – учащиеся общеобразовательных школ и гимназий), второй цикл 2005-2019 годы (участники эксперимента – учащиеся общеобразовательных школ и гимназий, студенты колледжей), третий цикл 2019-2022 годы (продолжается и на данном этапе в условиях дистанционного обучения, участники эксперимента – школьники и студенты колледжей). Отдельно оценивались результаты экспериментального обучения, продолжающегося с конкретными группами учащихся 5 лет (7-11 классы) и 2 года (10-11 классы). Специфика исследования формирования и развития творческого мышления такова, что необходимо иметь в виду именно динамику его развития, причем оценку позитивных изменений некоторых характеристик творческого мышления можно проследить только качественно. Проведенный статистический и корреляционный анализ количественных результатов свидетельствует об эффективности авторской методической системы. Определено, что учащиеся экспериментальных классов, по сравнению с учащимися контрольных классов: 1) чаще самостоятельно выбирают среди предложенных задач те, что требуют нестандартного подхода; 2) с большим удовольствием участвуют в олимпиадах, конкурсах по математике; 3) проявляют инициативу, находя самостоятельно задания для выполнения; 4) больше работают с дополнительными научно-популярными источниками (в том числе – сайтами). Продолжается экспериментальная работа по адаптации разработанной нами модели к условиям дистанционного обучения.

Ключевые слова: обучение математике, применение методов математической статистики к оценке результатов исследования, создание творческой среды, творческое мышление.

Chashechnikova O. S. Application of methods of mathematical statistics in the process of testing the effectiveness of the author's methodological system of teaching mathematics.

Summary. The article presents the results of the application of methods of mathematical statistics to the analysis of the results of experimental teaching and their interpretation. The experimental work to develop students' creative thinking in the process of learning mathematics was conducted in several stages: the first cycle 1998-2010 (participants of the experiment are students of secondary schools and high schools), the second cycle 2005-2019 (participants of the experiment are students of secondary schools and high schools, college students), the third cycle 2019-2022 (continues at this stage in distance learning, the experiment participants – high school and college students). Separately evaluated the results of the experimental learning, continuing with specific groups of students for 5 years (grades 7-11) and 2 years (grades 10-11). The specifics of the study of formation and development of creative thinking is such that it is necessary to keep in mind exactly the dynamics of its development, and the evaluation of positive changes in some characteristics of creative thinking can be traced only qualitatively. The conducted statistical and correlation analysis of quantitative results testifies to the effectiveness of the author's methodological system. It was determined that the students of the experimental classes, in comparison with the students of the control classes: 1) more often independently choose among the proposed tasks those that require a non-standard approach; 2) with great pleasure participate in Olympiads, competitions in mathematics; 3) show initiative, independently find tasks to perform; 4) work more with additional popular science sources (including websites). Experimental work on the adaptation of our developed model to the conditions of distance learning continues.

Key words: learning mathematics, using methods of mathematical statistics to assess the results of the study, formation a creative environment, creative thinking.